La difficoltà del calcolo dei limiti sta nel fatto che per alcuni tipi di funzioni è necessario procedere a una “manipolazione algebrica” per ricondursi ai limiti studiati e trovare una soluzione ai problemi. Molti esercizi possono essere risolti in modi differenti e alcuni richiedono un certo sforzo di immaginazione. Indispensabile come base di partenza è studiare e memorizzare il valore assunto da alcuni imiti particolari che fanno spesso la loro comparsa nei metodi di soluzione. Proprio a causa di questa loro diffusione e conseguente importanza sono spesso ricordati come limiti notevoli. Di seguito offriamo una tabella in cui sono indicati quelli più spesso utilizzati negli esercizi proposti al liceo, cominciando da quelli di cui proprio non si può fare a meno e passando via via a quelli più particolari e che compaiono più raramente nei metodi di soluzione.

Limite	Forma di indeterminazione
1. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	„$\frac{0}{0}$”
2. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$	„$\frac{0}{0}$”
3. $\lim_{x \to +\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$	”1^∞”
4. $\lim_{x \to 0^+} x \ln x = 0$	”$0 \cdot \infty$”
5. $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	„$\frac{0}{0}$”
6. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	„$\frac{0}{0}$”
7. $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x} = k$	„$\frac{0}{0}$”

A partire da questi tutti gli altri si ottengono attraverso la manipolazione algebrica, che in alcuni casi può richiedere anche una certa dose di creatività.

A titolo di esempio consideriamo la derivazione del limite 7 a partire dal limite 5 e dal limite 6. Per cominciare sfruttiamo i fatto che esponenziale e logaritmo sono uno funzione inversa dell'altro per scrivere quanto segue

$$1 + x = e^{\ln(1+x)}$$

Per le proprietà delle potenze otteniamo

$$(1+x)^k = \left(e^{\ln(1+x)}\right)^k = e^{k \cdot \ln(1+x)}$$

Ora a esponente troviamo qualcosa che ci ricorda il limite 6, manca soltanto una *x* a denominatore che possiamo far comparire moltiplicando e dividendo l'esponente proprio per *x*:

$$e^{kx\frac{\ln(1+x)}{x}}$$

Il limite 6 ci dice proprio che per *x* che tende a zero la frazione a esponente tende a 1 per cui possiamo scrivere

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^k-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{kx\frac{\ln(1+x)}{x}}-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{kx}-1}{x}$$

L'ultimo passaggio consiste nel moltiplicare numeratore e denominatore per *k* in modo da poter procedere alla sostituzione *y*=*kx*:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^k-1}{x}=\lim_{x\to 0}k\cdot\frac{e^{kx}-1}{kx}=k\cdot\lim_{y\to 0}\frac{e^{y}-1}{y}=k$$