SVOLGIMENTI

Quesito 1

$$f(x) = \frac{P(x)}{x^2+d}$$

$A(0;$

$B\left(\frac{12}{5};\right.$

$x = 3$

$x = -3$

$y = 5$

Quindi $f(x) = \dfrac{x(5x-12)}{x^2-9}$ perché soddisfa tutte le condizioni date

$$f(x) = \frac{5x^2-12x}{x^2-9}$$

$$f'(x) = \frac{(10x-12)(x^2-9) - (5x^2-12x)2x}{(x^2-9)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{10x^3} - 90x - 12x^2 + 108 - \cancel{10x^3} + 24x^2}{(x^2-9)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x^2 - 90x + 108}{(x^2-9)^2} \geq 0$$

$$12x^2 - 90x + 108 \geq 0$$

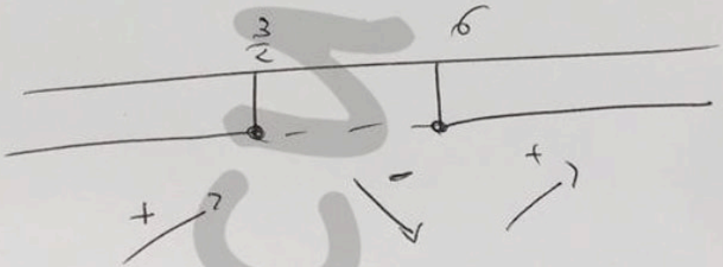
$$(x^2-9)^2 > 0 \quad \forall x - \{-3; +3\}$$

$$12x^2 - 90x + 108 \geq 0$$

$$x = \frac{45 \pm \sqrt{2025 - 1296}}{12} = \frac{45 \pm 27}{12}$$

$$\begin{cases} 6 \\ \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x \leq \frac{3}{2} \cup x \geq 6$$



$x = \frac{3}{2}$ massimo

$x = 6$ minimo

Quesito 4

$A(2; 0; -1) \quad B(-2; 2; 1)$

$P(x; y; z)$

$PA = \sqrt{2}\, PB$

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2+(z+1)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(x+2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2}$$

$$x^2+4-4x+y^2+z^2+1+2z = 2(x^2+4+4x+y^2+4-4y+z^2+1-2z)$$

$$x^2+y^2+z^2-4x+2z+5 = 2x^2+2y^2+2z^2+8x-8y-4z+18$$

$$\gamma: \quad x^2+y^2+z^2+12x-8y-6z+13=0$$

$$T(-10; 8; 7) \in \gamma$$

$$100+64+49-120-64-42+13=0$$

$0=0$ verificato

Scrivo la superficie come completamento del quadrato

$$(x+6)^2+(y-4)^2+(z-3)^2+13-36-16-9=0$$

$$(x+6)^2+(y-4)^2+(z-3)^2-48=0$$

la sfera quindi ha centro $(-6;+4;+3)$

e raggio $\sqrt{48}$

$$T-C=(-4;4;4)$$

Quindi i direttori sono $(-4;4;4)$

$$-4x+4y+4z+d=0$$

Passaggio per T

$$+40+32+28+d=0 \Rightarrow d=100$$

Quindi il piano è

$$-4x+4y+4z+100=0$$

2 $g(x)=\sum_{1}^{1010} x^{2n-1} = x + x^3 + \dots + x^{2019}$

$x_0 / g(x_0)=0$ $\quad x_0=0$ poiché é una sommatoria di termini dispari

Se $x \le -1$ $\quad g(x) \le -1010$ $\quad x \ge 1$ $\quad g(x) \ge 1010$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$ polinomio

1,1 esp. con x all'esponente

Quesito N°5

a) I casi per cui la somma dei 4 numeri usciti non supera 5 sono due: o la somma dei dadi è 4 (escono tutti 1), oppure la somma è 5 (esce tre volte 1 e un 2)

$P_A = \left(\frac{1}{6}\right)^4$ $\quad P_B = \left(\frac{1}{6}\right)^4$ $\quad P_A$ = probabilità che escono tutti 1

P_B = " che escono tre volte 1 e un 2

$P_C = P_A + P_B + 2\left(\frac{1}{6}\right)^4$ $\quad P_C$ = probabilità che la somma dei 4 numeri non superi 5

b) Affinché il prodotto dei 4 numeri sia multiplo di 3, basterà che un solo dado restituisca 3 o 6.

$P_A = \frac{1}{3}$ $\quad P_A$ = probabilità che esca 3 o 6 lanciando un dado

c) Affinché il massimo numero uscito sia 4, ogni dado deve restituire un numero che va da 1 a 4.

$P_A = \frac{2}{3}$ $\quad P_A$ = probabilità che un dado restituisca un numero da 1 a 4

$P_B = \left(\frac{2}{3}\right)^4$ $\quad P_B$ = probabilità che il massimo numero uscito sia 4

QUESITI 7 – 8 – 9

7) $t = 2\,ns$ LORENTZ $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{\ldots}}$ | $x' \simeq -0{,}383\ m$ (con $v = 0{,}80c$, $t = 2\cdot10^{-9}\,s$, $\frac{v^2}{c^2} = 0{,}8^2$

8) $\vec{B} = 1\ mT$
$\Delta x = 38{,}1\ cm$
$r = 10{,}5\ cm$

$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}_L| = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin\theta$ FORZA DI LORENTZ

$F_c = m\frac{v^2}{r}$ FORZA CENTRIPETA

$F_L = F_c \Rightarrow m\frac{v^2}{r} = qvB\sin\theta$ UGUAGLIANZA F_L e F_c

$v = \frac{rqB\sin\theta}{m}$ $v(r, q, B, \theta, m) \to \theta$ incognita

$v\cos\theta \cdot T = \Delta x$ "passo per ogni rivoluzione" MOTO UNIFORME SU ASSE X

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v}\cdot r = \frac{2\pi m}{rqB\sin\theta}\cdot r = \frac{2\pi m}{qB\sin\theta}$ PERIODO DEL MOTO CIRCOLARE

SOSTITUISCO

$v\cos\theta \cdot T = \Delta x \Rightarrow \cancel{v}\cos\theta \cdot \frac{2\pi}{\cancel{v}}\cdot r = \Delta x \Rightarrow \Delta x = 2\pi r\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{\Delta x}{2\pi r} \to a\cos\left(\frac{\Delta x}{2\pi r}\right) = \theta \simeq 54{,}72°$

SOSTITUISCO θ

$v = \frac{rqB\sin\theta}{m} \simeq 10054{,}4\ m/s$

Lunghezza spigoli totale $= 8x + 4y$

Sup. tot $= 2x^2 + 4xy$

$S = 2x(x + 2y)$

$\frac{S}{2x} = x + 2y$

$\frac{S}{2x} - x = 2y \to y = \frac{S}{4x} - \frac{x}{2}$ sostituisco in $L \to 8x + 4\left(\frac{S}{4x} - \frac{x}{2}\right)$

$L = 8x + \frac{S}{x} - 2x$

$L = \frac{S}{x} + 6x$

devo L per minimizzare

$\frac{dL}{dx} = 6 - \frac{S}{x^2}$ ed è uguale a 0 [illegible]

$\frac{6x^2 - S}{x^2} \geq 0$

$x^2 \to \mathbb{R}$

$x = \pm\sqrt{\frac{S}{6}}$

min in $x = +\sqrt{\frac{S}{6}}$

quello con L min ha $x = \sqrt{\frac{S}{6}}$, $y = \frac{S}{4\sqrt{\frac{S}{6}}} - \frac{\sqrt{\frac{S}{6}}}{2}$

ed $L = \frac{S}{\sqrt{\frac{S}{6}}} + 6\sqrt{\frac{S}{6}}$

PROBLEMA 2

PROBLEMA 2 PUNTO 4

$$f(t) = \frac{-t}{\sqrt{(t^2+a^2)^3}} \qquad f'(t) = \frac{2t^2-a^2}{(t^2+a^2)^{5/2}}$$

$f'(t) > 0 \iff t < -\frac{\sqrt{2}}{2}a \vee t > \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$f'(t) = 0 \iff t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}a \qquad f'(t) < 0 \iff -\frac{\sqrt{2}}{2}a \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}a$ e

Inoltre $f(t) > 0 \iff t < 0$ e $f(t) < 0 \iff t > 0$

$$f(-t) = \frac{t}{\sqrt{(t^2+a^2)^3}} = -f(t)$$

$\Rightarrow f$ dispari, simmetrica rispetto all'origine.

I punti di flesso di F sono i punti di massimo e minimo per f

$$\int_{-b}^{b} f(t)\,dt = \int_{-b}^{b} -\frac{t}{\sqrt{(t^2+a^2)^3}}\,dt = \frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}}\Bigg|_{-b}^{b} = \frac{1}{\sqrt{b^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{b^2+a^2}} = 0$$

$F''(t) < 0 \iff -\frac{\sqrt{2}}{2}a \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}a$ sono due punti di flesso per F

$$F'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right) = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{\frac{3}{2}a^2}^{\,3}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{1}{a}\right)^3 = -\frac{2}{3^{3/2}a^3}$$

$$F'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}a\right) = \frac{2}{3^{3/2}a^3}$$

PROBLEMA 2 PUNTO 3

$a > 0$

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}} - \frac{1}{a} \qquad F'(t) = -\frac{1}{2}\frac{2t}{\sqrt{t^2+a^2}^{\,3}} = -\frac{t}{\sqrt{t^2+a^2}^{\,3}} = f(t)$$

$F(t)$ è definita in tutto $\mathbb{R}$ perché $t^2+a^2 \geq 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$
e perché $\sqrt{t^2+a^2} > 0$ perché $a > 0$ quindi non si annulla mai.

$$F(-t) = \frac{1}{\sqrt{(-t)^2+a^2}} - \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}} - \frac{1}{a} = F(t) \Rightarrow F$$ è pari, simmetrica rispetto all'asse y

$$\frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}} \leq \frac{1}{a} \quad \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow F(t) \leq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}} - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a}$$ $-\frac{1}{a}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ e $t \to -\infty$

$$\lim_{t \to -\infty} \frac{1}{\sqrt{t^2+a^2}} - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a}$$

$$F'(t) = -\frac{t}{\sqrt{t^2+a^2}^{\,3}}$$

$F'(t) < 0 \quad \forall t \geq 0$ F decrescente

$F'(t) > 0 \quad \forall t < 0$ F crescente

$F'(t) = 0 \iff t = 0$ $\qquad$ $F(0) = 0$ massimo di F

$$F''(t) = -(t^2+a^2)^{-\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}t\,\frac{2t}{(t^2+a^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{2t^2-a^2}{(t^2+a^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$F''(t) = 0 \iff 2t^2 - a^2 = 0 \iff t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$F''(t) > 0 \iff t < -\frac{\sqrt{2}}{2}a \ \vee \ t > \frac{\sqrt{2}}{2}a$$