Esami Maturità 2019 – seconda prova – LICEO SCIENTIFICO

TRACCE

Pag. 1/4

Sessione ordinaria 2019
Seconda prova scritta

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02, EA02 – SCIENTIFICO
LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE
LI15 - SCIENTIFICO - SEZIONE AD INDIRIZZO SPORTIVO
(Testo valevole anche per le corrispondenti sperimentazioni internazionali e quadriennali)

Tema di: MATEMATICA e FISICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti.

PROBLEMA 1

Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(x) = ax^2 - x + b \qquad g(x) = (ax + b)\, e^{2x - x^2}.$$

- Provare che, comunque siano scelti i valori di a e b in $\mathbb{R}$ con $a \neq 0$, la funzione g ammette un massimo e un minimo assoluti. Determinare i valori di a e b in corrispondenza dei quali i grafici delle due funzioni f e g si intersecano nel punto $A(2, 1)$.

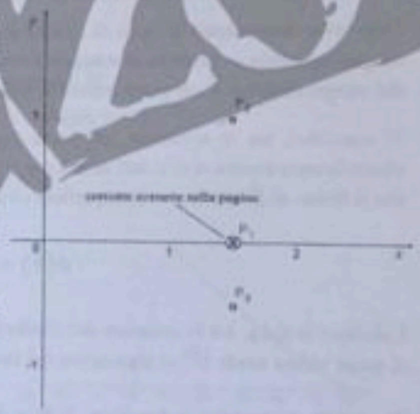
- Si assuma, d'ora in avanti, di avere $a = 1$ e $b = -1$. Studiare le due funzioni così ottenute, verificando che il grafico di g ammette un centro di simmetria e che i grafici di f e g sono tangenti nel punto $B(0, -1)$. Determinare inoltre l'area della regione piana S delimitata dai grafici delle funzioni f e g.

- Si supponga che nel riferimento Oxy le lunghezze siano espresse in metri (m). Si considerino tre fili conduttori rettilinei disposti perpendicolarmente al piano Oxy e passanti rispettivamente per i punti:

  $P_1\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, $P_2\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ e $P_3\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

  I tre fili sono percorsi da correnti continue di intensità $i_1 = 2{,}0$ A, i_2 e i_3. Il verso di i_1 è indicato in figura mentre gli altri due versi non sono indicati.

  Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico, generato dalle correnti i_1, i_2 e i_3, lungo il contorno di S, a seconda dell'intensità e del verso di i_2 e i_3.



- Si supponga, in assenza dei tre fili, che il contorno della regione S rappresenti il profilo di una spira conduttrice di resistenza $R = 0{,}20\ \Omega$. La spira è posta all'interno di un campo magnetico uniforme di intensità $B = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ T perpendicolare alla regione S. Facendo ruotare la spira intorno all'asse x con velocità angolare ω costante, in essa si genera una corrente indotta la cui intensità massima è pari a 5,0 mA. Determinare il valore di ω.

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

PROBLEMA 2

Un condensatore piano è formato da due armature circolari di raggio R, poste a distanza d, dove R e d [illegible] espresse in metri (m). Viene applicata alle armature una differenza di potenziale [illegible] nel tempo e inizialmente nulla.

All'interno del condensatore si rileva la presenza di un campo magnetico $\vec{B}$. [illegible] effetti di bordo, a distanza r dall'asse di simmetria del condensatore, l'intensità di $\vec{B}$, [illegible] varia secondo la legge

$$|\vec{B}| = \frac{kt}{\sqrt{(t^2 + a^2)^3}} \quad [illegible]$$

dove a e k sono costanti positive e t è il tempo trascorso dall'[illegible] in secondi (s).

- Dopo aver determinato le unità di misura di a e k, spiegare [illegible] è presente un campo magnetico anche in assenza di magneti e correnti di conduzione. Qual è [illegible] tra le direzioni di $\vec{B}$ e del campo elettrico $\vec{E}$ nei punti interni al condensatore?

- Si consideri, tra le armature, un piano perpendicolare all'asse di simmetria. Su tale piano, sia C la circonferenza avente centro sull'asse e raggio r. [illegible] la circuitazione di $\vec{B}$ lungo C e da essa ricavare che il flusso di $\vec{E}$, attraverso la superficie circolare [illegible] da C, è dato da:

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{2\pi r^2}{[illegible]}\left([illegible] + \frac{1}{a}\right)$$

Calcolare la d.d.p. tra le armature del condensatore. [illegible]
A quale valore tende $|\vec{B}|$ al trascorrere [illegible] Giustificare la risposta dal punto di vista fisico.

- Per $a > 0$, si consideri la funzione [illegible] definita da [illegible]. Verificare che la funzione $F(t) = [illegible] - \frac{1}{a}$ è la primitiva di f il cui grafico passa per l'origine. Studiare la funzione F, individuandone eventuali [illegible]. Provare che F presenta due flessi nei punti di ascissa $t = \pm [illegible]\, a$ e determinare la pendenza delle rette tangenti al grafico di F in tali punti.

- Con le opportune [illegible], dedurre il grafico di f da quello di F, specificando cosa rappresentano le ascisse dei punti di flesso di F per la funzione f. Calcolare l'area della regione compresa tra il grafico di f, l'asse delle ascisse e le rette parallele all'asse delle ordinate passanti per gli estremi della funzione. Fissato $b > 1$, calcolare il valore di $\int_{-b}^{b} f(t)\,dt$.

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

QUESITI

1. Una data funzione è esprimibile nella forma $f(x) = \frac{p(x)}{x^2+d}$, dove $d \in \mathbb{R}$ e $p(x)$ è un polinomio. Il grafico di f interseca l'asse x nei punti di ascisse 0 e $12/5$ ed ha come asintoti le rette di equazione $x = 3$, $x = -3$ e $y = 5$. Determinare i punti di massimo e di minimo relativi della funzione f.

2. È assegnata la funzione

$$g(x) = \sum_{n=1}^{1010} x^{2n-1} = x + x^3 + x^5 + x^7 + \cdots + x^{2017} + x^{2019}$$

Provare che esiste un solo $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che $g(x_0) = 0$. Determinare inoltre il valore di

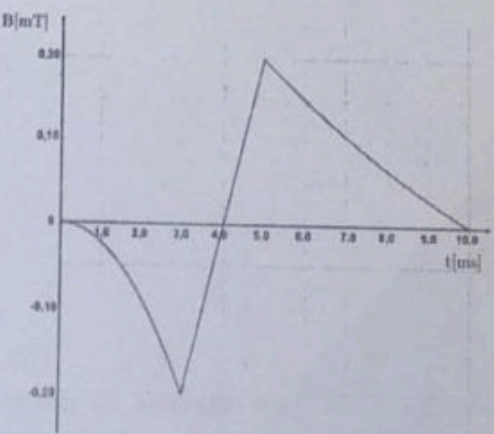
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{1{,}1^x}$$

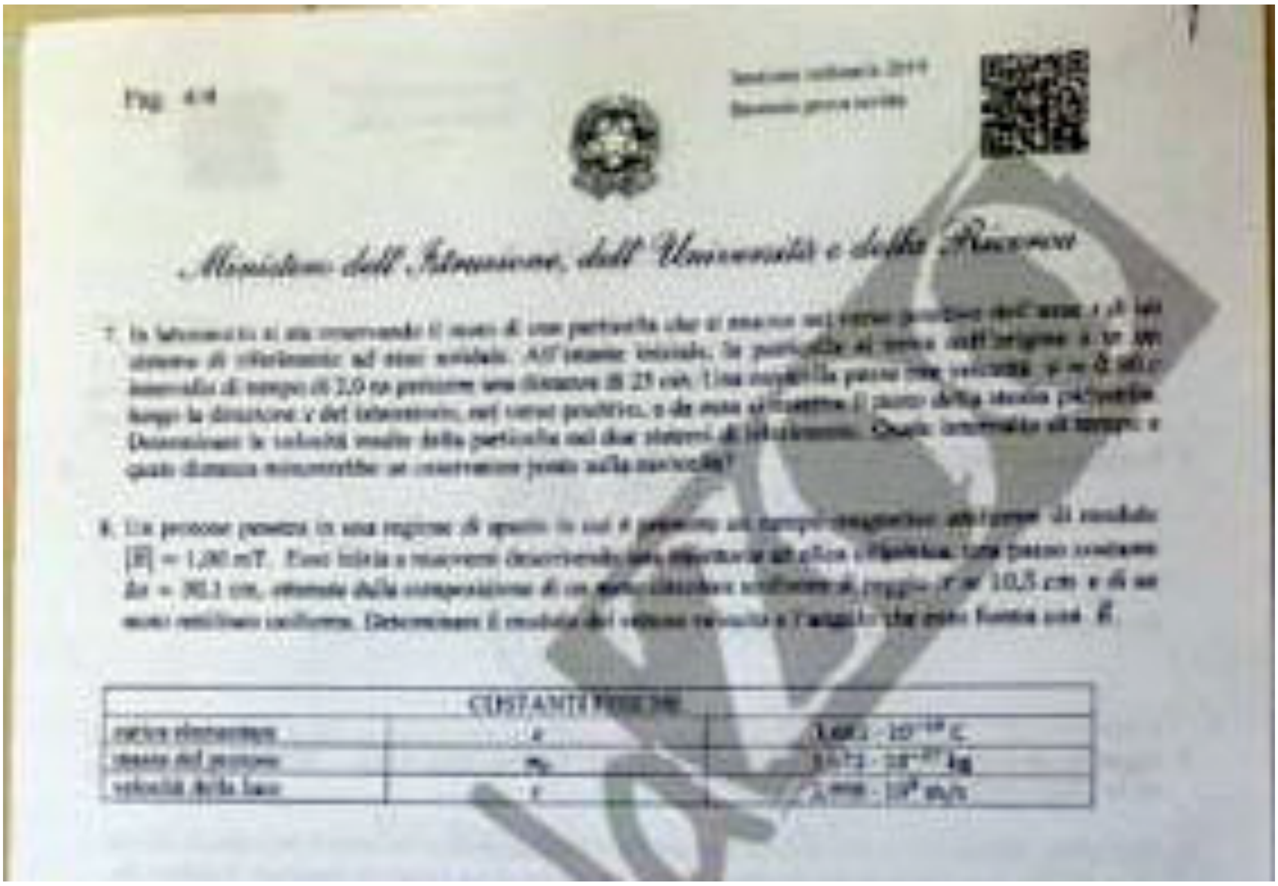
3. Tra tutti i parallelepipedi rettangoli a base quadrata, con superficie totale di area S, determinare quello per cui la somma delle lunghezze degli spigoli è minima.

4. Dati i punti $A(2,0,-1)$ e $B(-2,2,1)$, provare che il luogo geometrico dei punti P dello spazio, tali che $\overline{PA} = \sqrt{2}\,\overline{PB}$, è costituito da una superficie sferica S e scrivere la sua equazione cartesiana. Verificare che il punto $T(-10,8,7)$ appartiene a S e determinare l'equazione del piano tangente in T a S.

5. Si lanciano 4 dadi con facce numerate da 1 a 6.
   - Qual è la probabilità che la somma dei 4 numeri usciti non superi 5?
   - Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia multiplo di 3?
   - Qual è la probabilità che il massimo numero uscito sia 4?

6. Una spira di rame, di resistenza $R = 4{,}0\ \mathrm{m\Omega}$, racchiude un'area di $30\ \mathrm{cm}^2$ ed è immersa in un campo magnetico uniforme, le cui linee di forza sono perpendicolari alla superficie della spira. La componente del campo magnetico perpendicolare alla superficie varia nel tempo come indicato in figura. Spiegare la relazione esistente tra la variazione del campo che induce la corrente e il verso della corrente indotta. Calcolare la corrente media che passa nella spira durante i seguenti intervalli di tempo:
   a) da 0,0 ms a 3,0 ms;
   b) da 3,0 ms a 5,0 ms;
   c) da 5,0 ms a 10 ms.





Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

COSTANTI FISICHE		
carica elementare	e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C
massa del protone	m_p	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg
velocità della luce	c	$2{,}998 \cdot 10^{8}$ m/s